



**БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Институт интегрированных форм**



**обучения и мониторинга образования  
V ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА ОБУЧАЮЩИХСЯ  
"ШАГ К ИННОВАЦИЯМ"**

**Заключительный этап 2019 г.**

**Демонстрационная версия**

**Примеры заданий**

**1. В учреждении провели опрос. На вопрос «Какие автомобили вы предпочитаете: японские или французские?» большая часть ответила: «Японские», меньшая – «Французские», а один человек сказал: «Затрудняюсь ответить». Далее выяснили, что среди любителей французских автомобилей 30% предпочитают «Рено», а 70% – «Пежо». Из любителей японских автомобилей 56,25% выбрали «Мазду», 37,5% – «Ниссан», а один затруднился ответить. Сколько человек было опрошено?**

**Решение**

Пусть  $n$  – число всех опрошенных автолюбителей;  $m$  – число человек, предпочитающих японские автомобили;  $k$  – число человек, предпочитающих французские автомобили.

Тогда по условию задачи:  $n = m + k + 1$ .

Заметим, что один «любитель» японских автомобилей (составляет 6,25% от числа  $m$ ) затруднился выбрать марку автомобиля.

$$\text{Значит, } \frac{6,25}{100} \cdot m = 1 \Rightarrow m = 1 \cdot \frac{100}{6,25} = 16.$$

Числа  $\frac{56,25}{100} \cdot m$  и  $\frac{37,5}{100} \cdot m$  являются натуральными (так как в противном случае задача не имеет решения).

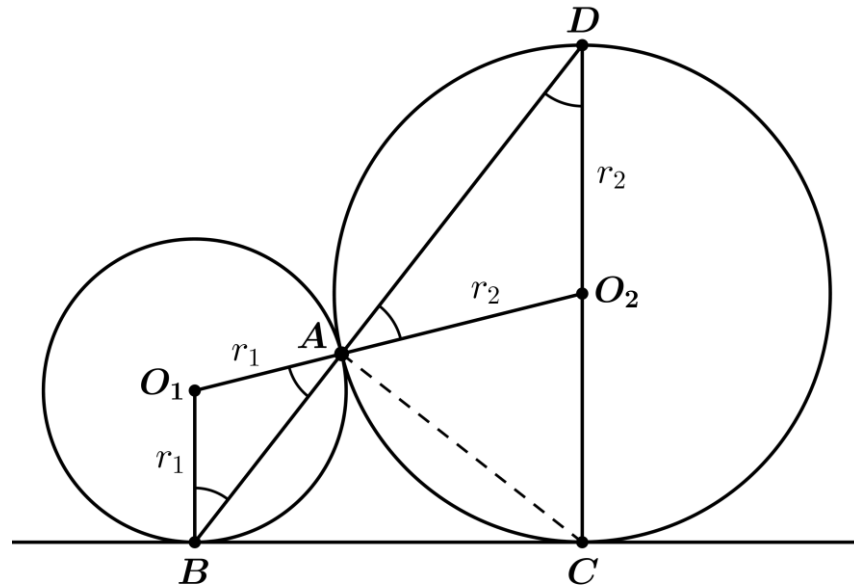
Так как натуральными должны быть и числа  $\frac{30}{100} \cdot k$  и  $\frac{70}{100} \cdot k$ , следовательно,  $k$  должно делиться на 10. А по условию  $k < 16$ , значит,  $k$  может быть только равным 10.

$$\text{Отсюда получаем, что } n = m + k + 1 = 16 + 10 + 1 = 27.$$

Ответ: 27 человек было опрошено.

2. Две окружности радиусов  $r_1$  и  $r_2$  имеют внешнее касание в точке  $A$ . Их общая касательная касается первой окружности в точке  $B$ , а второй – в точке  $C$ . Прямая, проходящая через точки  $A$  и  $B$ , пересекает вторую окружность в точке  $D$ . Известно, что  $r_2 = 8$ ,  $AB = 7,2$ . Найти площадь треугольника  $BCD$ .

Решение



1) Треугольники  $BO_1A$  и  $AO_2D$  – равнобедренные, так как  $BO_1 = O_1A = r_1$  и  $AO_2 = O_2D = r_2$ . Пусть  $\angle O_1AB = \alpha$ .

$\angle DAO_2 = \angle O_1AB$ , как вертикальные углы.

Значит,  $\angle O_1BA = O_1AB = \angle DAO_2 = \angle ADO_2 = \alpha$ .

2) В треугольнике  $BDC$   $\angle DBC = 90^\circ - \alpha$ , а  $\angle BDC = \alpha$ , следовательно  $\angle DCB = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$ .

Поэтому, треугольник  $BCD$  прямоугольный, а  $DC$  является диаметром окружности.

3)  $\angle DAC = 90^\circ$ , так как опирается на диаметр окружности. Можно заключить, что  $AC$  является высотой, проведённой к гипотенузе в треугольнике  $BCD$ .

Значит, выполняется равенство:  $DC^2 = BD \cdot AD$ .

Пусть  $AD = x$ , тогда  $16^2 = (7,2 + x) \cdot x$ ,

$$x^2 + 7,2x - 256 = 0,$$

$$x_1 < 0, x_2 = 12,8.$$

$$BD = BA + AD = 7,2 + 12,8 = 20.$$

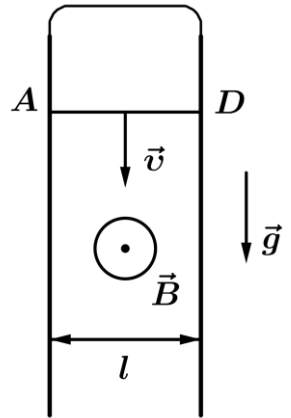
По теореме Пифагора:  $BC = \sqrt{BD^2 - DC^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$ .

4) Подставим данные в формулу вычисления площади прямоугольного треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96 \text{ ед.}^2$$

Ответ: площадь треугольника  $BCD$  равна 96 ед.<sup>2</sup>

3. В однородном магнитном поле, модуль индукции которого  $B = 0,34$  Тл, расположены два длинных вертикальных стержня, замкнутых в верхней части проводом (см. рис.). Плоскость, в которой находятся стержни, перпендикулярна индукции магнитного поля. Расстояние между стержнями  $l = 10$  см. Проводящая перемычка  $AD$  массой  $m = 4,8 \cdot 10^{-3}$  кг скользит вниз по вертикальным стержням без трения и нарушения контакта с постоянной скоростью, модуль которой  $v = 2,4$  м/с. Если электрическое сопротивление стержней и провода пренебрежимо мало, то сопротивление  $R$  перемычки  $AD$  равно ... мОм.



### Решение

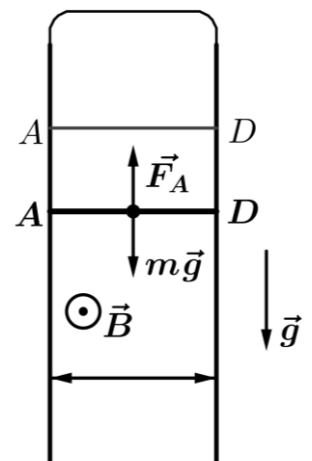
Так как перемычка движется со скоростью  $\vec{v}$  в магнитном поле  $\vec{B}$ , в ней возникает э.д.с. индукции  $\varepsilon_i = B \cdot v \cdot l$  (1). Следовательно, в перемычке возникает электрический ток  $I = \frac{\varepsilon_i}{R}$  (2).

Подставим (1) в уравнение (2):  $I = \frac{B \cdot v \cdot l}{R}$  (3).

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера  $F_A = B \cdot I \cdot l$ , которая направлена вертикально вверх (правило левой руки). Так как проводник движется равномерно, то сила тяжести  $F_T = mg$  уравновешивается силой Ампера, т.е.  $mg = BIl$ .

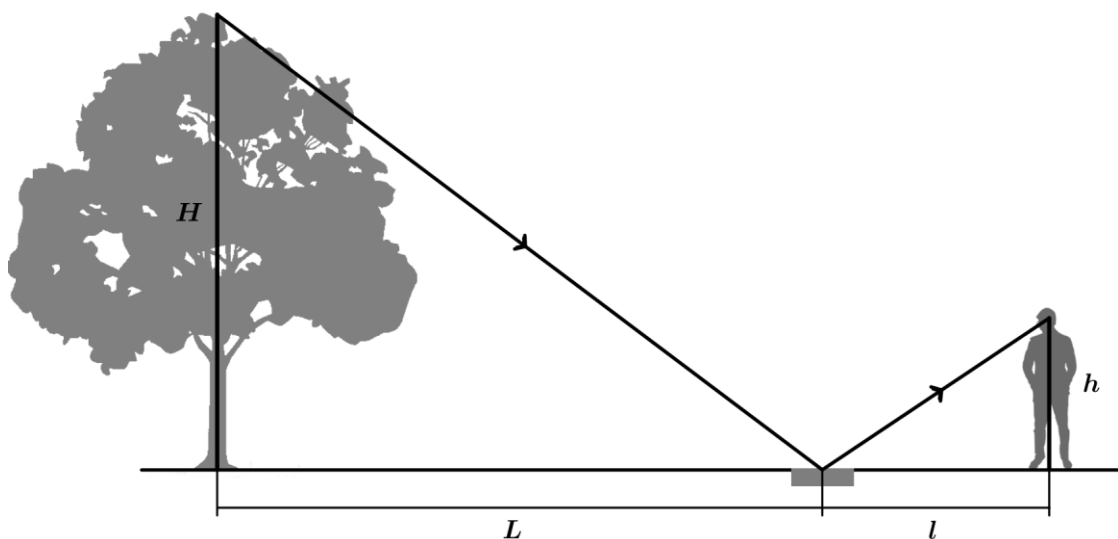
Подставим уравнение (3):  $mg = \frac{B^2 l^2 v}{R} \Rightarrow R = \frac{B^2 l^2 v}{mg} = 58 \text{ мОм.}$

Ответ: 58 мОм.



**4. Как при помощи зеркала и измерительной линейки определить высоту дерева?**

**Решение**



Из подобия треугольников  $\frac{H}{L} = \frac{h}{l} \Rightarrow H = \frac{hL}{l}$ , где

$h$  – расстояние от поверхности Земли до глаз человека;

$L$  – расстояние от зеркала до дерева;

$l$  – расстояние от человека до зеркала;

$h, L, l$  измеряются линейкой.